



第十二章 分式和分式方程

12.1 分式

课时 1 分式的概念及性质

刷基础

1. **B** 【解析】分式有 $\frac{1}{x}$, $\frac{3}{x+y}$, $\frac{a+1}{m}$, 共 3 个. 故

选 B.

2. **C** 【解析】判断一个代数式是否为分式要看分母中是否含有字母, 若 $\frac{a}{12-\square}$ 是分式, 则 \square 可能是 b . 故选 C.

3. **C** 【解析】要使分式 $\frac{x-2}{x-3}$ 有意义, 则 $x-3 \neq 0$, 解得 $x \neq 3$. 故选 C.

4. **D** 【解析】A 选项, 当 $a=0$ 时, 分式无意义, 故本选项不符合题意; B 选项, 当 $a=\pm 1$ 时, 分式无意义, 故本选项不符合题意; C 选项, 当 $a=-1$ 时, 分式无意义, 故本选项不符合题意; D 选项, $\because |a| \geq 0, \therefore |a|+1 > 0, \therefore$ 无论 a 取何值, 分式总有意义, 故本选项符合题意. 故选 D.

5. 取任意值 $\neq \pm \frac{3}{2}$ 【解析】由于 $a^2+1 \neq 0$, 所以当 a 取任意值时, 分式 $\frac{2a+1}{a^2+1}$ 都有意义. 由题意, 得 $|2x|-3 \neq 0$, 解得 $x \neq \pm \frac{3}{2}$.

6. **B** 【解析】 \because 分式 $\frac{|x|-5}{x^2+5x}$ 的值为 0, $\therefore |x|-5=0$ 且 $x^2+5x \neq 0, \therefore x=5$. 故选 B.

刷有所得 求分式的值为 0 的条件的解题步骤如下: (1) 求出使分子等于 0 的字母的值; (2) 将字母的值代入分母检验其是否等于 0, 或者在求出使分母为 0 的字母的值后, 再进行取舍.

7. **-1** 【解析】 $\because x=1$ 时, 分式 $\frac{x+2b}{x-a}$ 无意义, $\therefore 1-a=0, \therefore a=1. \because x=4$ 时, 分式 $\frac{x+2b}{x-a}$ 的值为 0, $\therefore 4+2b=0, \therefore b=-2, \therefore a+b=1+(-2)=-1$, 故答案为 -1.

8. **B** 【解析】只有当 $a=b \neq 0$ 时, $\frac{b+2}{a+2} = \frac{b}{a}$ 才成

刷有所得
一个代数式 $\frac{A}{B}$ 是分式需要满足的条件: ① A, B 都是整式; ② B 中含有字母.

解题策略
分式的分母表示除数, 由于除数不能为 0, 所以分式的分母不能为 0, 即当 $B \neq 0$ 时, 分式 $\frac{A}{B}$ 才有意义.

易错警示
运用分式的基本性质对分式进行变形时, 首先要关注分式有意义的条件, 在此条件下再进行相关运算.

立, 故 A 选项不一定正确; $\because 2-a = -(a-2), \therefore \frac{b}{2-a} = -\frac{b}{a-2}$, 故 B 选项一定正确; 只有当

$c \neq 0$ 时, $\frac{b}{a} = \frac{bc}{ac}$ 才成立, 故 C 选项不一定正确; 只有当 $a=b$ 或 $b=0$ 时, $\frac{b^2}{a^2} = \frac{b}{a}$ 才成立, 故 D 选项不一定正确. 故选 B.

9. **B** 【解析】 $\because x$ 和 y 都扩大到原来的 5 倍, $\therefore 2xy$ 扩大到原来的 25 倍. \because 分式的值也扩大到原来的 5 倍, $\therefore x+\square$ 扩大到原来的 5 倍. $\because x$ 扩大到原来的 5 倍, $\therefore \square$ 也要扩大到原来的 5 倍, $\therefore \square$ 可以是 $3y$. 故选 B.

10. (1) ab^2 (2) $2-x$ (3) $m-5$
【解析】(1) 由题可知分子、分母同乘 $b (b \neq 0)$, 则 $\frac{ab}{a^2} = \frac{ab^2}{a^2b} (b \neq 0)$; (2) 由题可知分子、分母同乘 -1 , 则 $\frac{x-1}{x-2} = \frac{1-x}{2-x}$; (3) 由题可知分子、分母同除以 m , 则 $\frac{6m}{m^2-5m} = \frac{6}{m-5}$.

刷易错

11. $x \neq -2$ 且 $x \neq 1$ 【解析】要使 $\frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$ 成立, 则 $x+2 \neq 0$ 且 $x-1 \neq 0$, 解得 $x \neq -2$ 且 $x \neq 1$, 故答案为 $x \neq -2$ 且 $x \neq 1$.

刷提升

1. **D** 【解析】 $x^2-6x+k = (x-3)^2+k-9 \geq k-9$. \therefore 对任意有理数 x , 分式 $\frac{x-5}{x^2-6x+k}$ 都有意义, $\therefore k-9 > 0, \therefore k > 9, \therefore$ 有理数 k 的值可以是 10, 故选 D.

2. **A** 【解析】 $\because x^2-4x-1=0, \therefore x \neq 0, \therefore x-4-\frac{1}{x}=0$, 即 $x-\frac{1}{x}=4, \therefore x^2-2+\frac{1}{x^2}=16$, 即 $x^2+\frac{1}{x^2}=18, \therefore \frac{3x^2}{x^4-7x^2+1} = \frac{3}{x^2-7+\frac{1}{x^2}} = \frac{3}{18-7} = \frac{3}{11}$. 故选 A.

3. **C** 【解析】因为 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$, 所以当 $x \geq 0$ 时, 该分式总有意义. 因为当 $x=x_2=n$ 时, 分式无意义, 所以 $n < 0$. 因为当 $x=0$ 时, 该分式的值

为负数,所以当 $x=0$ 时, $\frac{x-m}{x-n} = \frac{-m}{-n} = \frac{m}{n} < 0$, 所以 m, n 异号. 因为 $n < 0$, 所以 $m > 0$, 所以 $n < 0 < m$, 故选 C.

4. $-\frac{2}{x}$ (答案不唯一) 【解析】 \therefore 分式的值不可能为 0, \therefore 分子不能等于 0. \therefore 当 $x=-2$ 时, 分式的值为 1, \therefore 分式可以为 $-\frac{2}{x}$. 故答案为 $-\frac{2}{x}$ (答案不唯一).

5. 【解】(1) 原式 $= \frac{10x-2y^2}{5x+10y^2}$.

(2) 原式 $= -\frac{y^2-x}{x^3+y^2}$.

(3) ① $\because 4x^2+1>0, \therefore$ 由 $\frac{2-3x}{4x^2+1}=0$ 得 $2-3x=0$,

解得 $x=\frac{2}{3}, \therefore$ 当 $x=\frac{2}{3}$ 时, $\frac{2-3x}{4x^2+1}=0$.

② $\because 4x^2+1>0, \therefore$ 当 $\frac{2-3x}{4x^2+1}<0$ 时, $2-3x<0$, 解得

$x>\frac{2}{3}, \therefore$ 当 $x>\frac{2}{3}$ 时, $\frac{2-3x}{4x^2+1}<0$.

6. 【解】(1) 方式一种植草皮的面积为 $(x-2a)^2 \text{ m}^2$, 方式二种植草皮的面积为 $(x^2-4a^2) \text{ m}^2$.

方式一购买草皮的单价为 $\frac{3\ 000}{(x-2a)^2}$ 元, 方式二

购买草皮的单价为 $\frac{5\ 000}{x^2-4a^2}$ 元.

(2) 当 $x=14, a=2$ 时, $\frac{3\ 000}{(x-2a)^2} = \frac{3\ 000}{(14-4)^2} =$

$30 (\text{元}/\text{m}^2), \frac{5\ 000}{x^2-4a^2} = \frac{5\ 000}{14^2-4\times 4} = \frac{5\ 000}{180} \approx$

$28 (\text{元}/\text{m}^2),$

即方式一购买草皮的单价为 30 元/ m^2 , 方式二购买草皮的单价为 28 元/ m^2 .

7. 【解】设 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = k$, 则 $x=2k, y=3k, z=6k$,

所以 $\frac{x+2y-z}{x-2y+3z} = \frac{2k+6k-6k}{2k-6k+18k} = \frac{2k}{14k} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$, 所

以分式 $\frac{x+2y-z}{x-2y+3z}$ 的值为 $\frac{1}{7}$.

课时 2 分式的约分



刷题基础

1. D 【解析】 $\frac{5m^2x^2}{10mx^2} = \frac{5mx^2 \cdot m}{5mx^2 \cdot 2} = \frac{m}{2}$, 所以将分

式 $\frac{5m^2x^2}{10mx^2}$ 约分时, 分子、分母应同除以 $5mx^2$. 故

选 D.

思路分析

根据当 $x \geq 0$ 时, 该分式总有意 义, 当 $x_2=n$ 时, 分式无意义, 可以判定 n 的大小, 根据当 $x=0$ 时, 该分式的值为负数, 可以判定 m, n 异号, 由此即可求解.

技巧总结

找公因式的方法: ①若分子、分母都是单项式, 先找分子、分母系数的最大公因数, 再找相同字母的最低次幂, 它们的乘积就是分子与分母的公因式; ②若分子或分母是多项式, 先把多项式分解因式, 再找出分子、分母的公因式.

2. C 【解析】A 选项, $\frac{a+m}{b+m}$ 是最简分式, 不能化

简, 不符合题意. B 选项, $\frac{x^2-y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} =$

$x+y$, 不符合题意. C 选项, $\frac{-m^2+2m-1}{m-1} =$

$\frac{-(m-1)^2}{m-1} = -m+1$, 符合题意. D 选项, $\frac{6xy}{3x^2y^3} =$

$\frac{2}{xy^2}$, 不符合题意. 故选 C.

3. C 【解析】当 $x^2+x \neq 0$, 即 $x \neq 0$ 且 $x \neq -1$ 时,

$\frac{x^2}{x^2+x} = \frac{x}{x+1}$, 故选 C.

4. C 【解析】

A $\frac{3xy}{x^2} = \frac{3y}{x}$, 不是最简分式, 不符合题意

B $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$, 不是最简分式, 不符合题意

C $\frac{x+y}{2x}$ 是最简分式, 符合题意

D $\frac{1-x}{x-1} = \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$, 不是最简分式, 不符合题意

5. (1) ② (2) 4 (3) $\frac{m-n}{m^2+2mn+n^2}, \frac{m^2+2mn+n^2}{m-n}$

【解析】(1) ① $\frac{x-1}{x^2+1}$, 分子和分母都不能分解因

式, 且不能约分, 故不是“和谐分式”;

② $\frac{a-2b}{a^2-b^2} = \frac{a-2b}{(a+b)(a-b)}$, 分母可以分解因式,

分子不可以分解因式, 且不能约分, 是“和谐分式”;

③ $\frac{x+y}{x^2-y^2} = \frac{x+y}{(x+y)(x-y)} = \frac{1}{x-y}$, 分母可以分解因

式, 分子不可以分解因式, 且能约分, 不是“和谐分式”;

④ $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)^2} = \frac{a-b}{a+b}$, 分母可以分解

因式, 分子也可以分解因式, 且能约分, 不是“和谐分式”. 所以只有②是“和谐分式”, 故答案为②.

(2) 因为 $\frac{x+1}{x^2+ax+4}$ 为“和谐分式”, 所以 x^2+ax+

4 可以分解因式, 且分解的因式中不能含有 $x+1$, 当 $a=4$ 时, $x^2+ax+4 = x^2+4x+4 = (x+2)^2$,

符合题意; 当 $a=5$ 时, $x^2+ax+4 = x^2+5x+4 =$

$(x+1)(x+4)$, 不符合题意. 综上所述, $a=4$, 故答案为 4.

(3) $m^2-n^2=(m+n)(m-n)$, $m^2+2mn+n^2=(m+n)^2$, 所以多项式 m^2-n^2 分解因式后与多项式 $m^2+2mn+n^2$ 和 $m-n$ 都有公因式, 所以多项式 m^2-n^2 不能作为分母或者分子, 所以组成的“和谐分式”有 $\frac{m-n}{m^2+2mn+n^2}, \frac{m^2+2mn+n^2}{m-n}$,

故答案为 $\frac{m-n}{m^2+2mn+n^2}, \frac{m^2+2mn+n^2}{m-n}$.

6. 【解】(1) $\frac{15xy^2}{25y^3z} = \frac{5y^2 \cdot 3x}{5y^2 \cdot 5yz} = \frac{3x}{5yz}$.

(2) $\frac{12xy^2+9xyz}{3x^2y} = \frac{3xy(4y+3z)}{3xy \cdot x} = \frac{4y+3z}{x}$.

(3) $\frac{m^3-m}{4m+4} = \frac{m(m+1)(m-1)}{4(m+1)} = \frac{m(m-1)}{4}$.

(4) $\frac{9a^2+24ab+16b^2}{3a+4b} = \frac{(3a+4b)^2}{3a+4b} = 3a+4b$.

7. A 【解析】原式 $= \frac{3(x^2-9)}{(x+3)^2} = \frac{3(x+3)(x-3)}{(x+3)^2} =$

$\frac{3(x-3)}{x+3}$. 当 $x=-2$ 时, 原式 $= \frac{3 \times (-5)}{-2+3} = \frac{-15}{1} =$

-15. 故选 A.

8. C 【解析】由 $\frac{x}{y} = \frac{2}{7}$ 得 $x = \frac{2}{7}y$, $\therefore \frac{x^2-3xy+2y^2}{2x^2-3xy+7y^2} =$

$\frac{\frac{4}{49}y^2 - \frac{6}{7}y^2 + 2y^2}{\frac{8}{49}y^2 - \frac{6}{7}y^2 + 7y^2} = \frac{60}{309} = \frac{20}{103}$. 故选 C.

9. 【解】把 a^2-1 作为分子, a^2-a 作为分母,

可得 $\frac{a^2-1}{a^2-a} = \frac{(a+1)(a-1)}{a(a-1)} = \frac{a+1}{a}$.

当 $a=2$ 时, 原式 $= \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$. (本题答案不唯一)

10. 【解】当 $x+y=2, x-y=\frac{1}{2}$ 时,

$\frac{2x^2-2y^2}{x^2+2xy+y^2} = \frac{2(x+y)(x-y)}{(x+y)^2} = \frac{2(x-y)}{x+y} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$.

12.2 分式的乘除

课时 1 分式的乘法



刷基础

1. A 【解析】原式 $= \frac{-6x^2y^2}{18y^3} = -\frac{x^2}{3y}$. 故选 A.

注意

(2) 分 $a=4$, $a=5$ 两种情况讨论, 根据“和谐分式”的定义进行判断.

2. B 【解析】原式 $= \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+2}{x+1}$.

故选 B.

3. B 【解析】原式 $= \frac{a^2}{a-b} \cdot \frac{a^2+b^2-2ab}{a} = \frac{a^2}{a-b}$.

$\frac{(a-b)^2}{a} = a(a-b) = a^2-ab$. $\because a^2-ab-1=0$, $\therefore a^2-ab=1$, \therefore 原式 $=1$. 故选 B.

4. A 【解析】 $\left(a-\frac{b^2}{a}\right) \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{a^2-b^2}{a} \cdot \frac{a}{a-b} =$

$\frac{(a+b)(a-b)}{a} \cdot \frac{a}{a-b} = a+b$. 当 $a+b=3$ 时, 原式 $=3$, 故选 A.

5. $\frac{x+2}{x+1}$ 【解析】根据题意得 $(x+1) \cdot \frac{1}{x+2} =$

$\frac{1}{x+1} \cdot (x+2) = \frac{x+2}{x+1}$. 故答案为 $\frac{x+2}{x+1}$.

6. $\frac{x}{a+b}$ 【解析】 a 克盐溶解在 b 克水中, 水中盐

的占比为 $\frac{a}{a+b}$, 则取这样的盐水 $\frac{x}{a}$ 克, 其中含

盐 $\frac{x}{a} \cdot \frac{a}{a+b} = \frac{x}{a+b}$ (克).

7. $\frac{x-3}{x-1}$ 【解析】 $\frac{x^2-1}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{x^2-2x+1} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x+1} =$

$\frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{x+3}{(x-1)^2} \cdot \frac{(x-3)^2}{x+1} = \frac{x-3}{x-1}$.

8. 【解】(1) $\left(\frac{a^2b}{-c^3}\right)^3 \cdot \frac{3c^6}{3b^6} = -\frac{3a^6b^3c^6}{3b^6c^9} = -\frac{a^6}{b^3c^3}$.

(2) $\frac{m+16}{m-16} \cdot \frac{2m-32}{m^2+16m} = \frac{(m+16) \cdot 2(m-16)}{(m-16) \cdot m(m+16)} = \frac{2}{m}$.

(3) 原式 $= \frac{a^4}{(b-a)^4} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{1} \cdot \frac{(a-b)^3}{a^3b^3} = \frac{a^2+ab}{b^3}$.

9. 【解】 $\because (a^2-1) \cdot \frac{1}{2a^2-16+14a} = (a+1)(a-1) \cdot$

$\frac{1}{2(a+8)(a-1)} = \frac{a+1}{2(a+8)}$, \therefore 当 $a=99$ 时, 原

式 $= \frac{99+1}{2 \times (99+8)} = \frac{50}{107}$.

10. 【解】原式 $= a \left(a - \frac{1}{a}\right) \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) \left(a^8 + \frac{1}{a^8}\right) = a \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) \cdot$

$\left(a^8 + \frac{1}{a^8}\right) = a \left(a^4 - \frac{1}{a^4}\right) \left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) \left(a^8 + \frac{1}{a^8}\right) =$

$a \left(a^8 - \frac{1}{a^8}\right) \left(a^8 + \frac{1}{a^8}\right) = a \left(a^{16} - \frac{1}{a^{16}}\right) = a^{17} - \frac{1}{a^{15}}$.

易错警示

分式中有负号时, 可以先把负号提出来放到分式最前面, 防止因带着负号而运算出错.

刷易错

11. 【解】 不正确. 正确的解题过程如下:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{m(3-m)}{m} \cdot \frac{m+3}{(m-3)^2} = -\frac{m(m-3)}{m} \cdot \frac{m+3}{(m-3)^2} \\ &= -\frac{m+3}{m-3}. \end{aligned}$$

课时2 分式的除法

刷基础

1. C 【解析】 原式 $= x^3 \div \frac{x^6}{y^2} = x^3 \cdot \frac{y^2}{x^6} = \frac{y^2}{x^3}$, 故选 C.

2. D 【解析】 原式 $= \frac{a+1}{a(a-1)} \cdot \frac{(a-1)^2}{a+1} = \frac{a-1}{a}$. 故选 D.

3. D 【解析】 $\frac{\square}{x+y} \div \frac{x}{y^2-x^2} = \frac{\square}{x+y} \cdot \frac{(y-x)(y+x)}{x} = \frac{\square(y-x)}{x}$. \therefore 运算的结果为整式, $\therefore \square$ 中的式子可能是 $3x$. 故选 D.

4. $(x-2y)^2$ 【解析】 $\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = (a+b+a-b)(a+b-a+b) = 4ab$, $\therefore a \div b = (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$. $\therefore A \div \frac{1}{4x^2-16y^2} = \frac{x-2y}{x+2y}$, $\therefore 4A \cdot \frac{1}{4x^2-16y^2} = \frac{x-2y}{x+2y}$, $\therefore A = \frac{x-2y}{x+2y} \div \frac{1}{4x^2-16y^2} = \frac{x-2y}{x+2y} \cdot \frac{4(x^2-4xy+4y^2)}{1} = \frac{4(x+2y)(x-2y)}{x+2y} = (x-2y)^2$, 故答案为 $(x-2y)^2$.

5. 【解】 (1) 原式 $= \frac{x+y}{x(x-y)} \cdot (x-y) = \frac{x+y}{x}$.
(2) 原式 $= \frac{(x+3y)(x-3y)}{(x+3y)^2} \div \frac{x+3y}{3x(x+3y)} = \frac{x-3y}{x+3y} \cdot \frac{3x(x+3y)}{x+3y} = \frac{3x^2-9xy}{x+3y}$.

6. D 【解析】 \because 一名同学一小时搬运 $\frac{c}{ab}$ 块砖, $\therefore c$ 名同学一小时搬运 $\frac{c^2}{ab}$ 块砖, $\therefore c$ 名同学搬运 a 块砖所需的时间为 $a \div \frac{c^2}{ab} = a \times \frac{ab}{c^2} = \frac{a^2b}{c^2}$ (时), 故选 D.

7. 【解】 (1) 根据题意, 得凤梨的单价为 $\frac{540}{(m-2)^2}$ 元/kg, 西瓜的单价为 $\frac{540}{m^2-4}$ 元/kg.
(2) $\frac{540}{(m-2)^2} \div \frac{540}{m^2-4} = \frac{540}{(m-2)^2} \cdot \frac{(m+2)(m-2)}{540} = \frac{m+2}{m-2}$, 故凤梨的单价是西瓜单价的 $\frac{m+2}{m-2}$ 倍.

易错警示

当两个因式互为相反数时, 不能直接约分, 应先将其中的一个变形, 避免符号出错.

易错警示

①除法不适用结合律; ②对于不含括号的乘除混合运算, 应按从左到右的顺序计算. 对于本题, 可以先将除法转化为乘法, 然后进行计算.

8. D 【解析】 原式 $= 12a^2b^4 \cdot \frac{3a}{2b^3} \cdot \frac{2}{a^2b} = 36a$. 故选 D.

9. 【解】 (1) $\left(-\frac{1}{2a}\right) \div \left(\frac{b}{2a}\right)^{-2} \times \frac{3b^2}{a^2} \div (-2a^2b)^3 = \left(-\frac{1}{2a}\right) \div \frac{4a^2}{b^2} \times \frac{3b^2}{a^2} \div (-8a^6b^3) = \frac{1}{2a} \cdot \frac{b^2}{4a^2} \cdot \frac{3b^2}{a^2} \cdot \frac{1}{8a^6b^3} = \frac{3b}{64a^{11}}$.

(2) 原式 $= \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x+2y)} \cdot \frac{(x+y)(x-6y)}{x-y} \cdot \frac{x+y}{(x-y)(x+y)} = \frac{x-6y}{x+2y}$.

刷易错

10. 【解】 不正确, 运算顺序错误, 同级运算, 应按从左到右的顺序进行. 正确的解题过程如下:

$$\text{原式} = a^2 \cdot \frac{1}{b^n} \cdot \frac{a}{b^n} = \frac{a^3}{b^{2n}}.$$

刷提升

1. D 【解析】 原式 $= \frac{a(a-2b)}{-b(a-b)} \div \left(\frac{a^2}{a-b} \times \frac{2b-a}{2ab}\right) = \frac{a(a-2b)}{-b(a-b)} \div \frac{a(2b-a)}{2b(a-b)} = \frac{a(a-2b)}{-b(a-b)} \times \frac{2b(a-b)}{a(2b-a)} = 2$. 故选 D.

2. D 【解析】 设 \otimes 为 A , 则 $\frac{m^2}{m+1} \div \frac{A}{m+1} = A$, $\therefore \frac{m^2}{m+1} \cdot \frac{m+1}{A} = A$, $\therefore m^2 = A^2$, $\therefore A = \pm m$, $\therefore \otimes$ 代表的代数式为 $\pm m$. 故选 D.

3. B 【解析】 设木星的质量为 M , 这个人的质量为 m , 则地球的质量为 $\frac{1}{318}M$. 因为地球的半径约为木星半径的 $\frac{1}{11}$, 所以木星的半径为 $11R$, 所以这个人站在地球表面所受到的重力为 $F_{\text{地}} = \frac{Gm \times \frac{1}{318}M}{R^2} = \frac{GmM}{318R^2}$, 站在木星表面所受到的重力为 $F_{\text{木}} = \frac{GmM}{(11R)^2} = \frac{GmM}{121R^2}$, 所以站在地球表面的人所受到的重力约是他站在木星表面所受到的重力的 $\frac{\frac{GmM}{318R^2}}{\frac{GmM}{121R^2}} = \frac{GmM}{318R^2} \cdot \frac{121R^2}{GmM} = \frac{121}{318}$.

$\frac{2}{x-3}$. 因为 x 为整数, 且原式为整数, 所以 $x-3 = \pm 1$ 或 ± 2 , 解得 $x=4$ 或 2 或 5 或 1 , 所以 $4+2+5+1=12$, 故选 A.

9. D 【解析】原计划的速度为 $\frac{m}{t}$ 米/时, 提速后

的速度为 $\frac{m}{t-n}$ 米/时, \therefore 每小时应比原计划多

走 $\frac{m}{t-n} - \frac{m}{t} = \frac{mt-m(t-n)}{t^2-nt} = \frac{mn}{t^2-nt}$ (米). 故选 D.

10. $\frac{12}{11}$ 【解析】因为 $\frac{ab}{a+b} = 2$, $\frac{bc}{b+c} = 3$, $\frac{ac}{a+c} = 1$, 所

以 $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{2}$, ① $\frac{b+c}{bc} = \frac{1}{3}$, ② $\frac{a+c}{ac} = 1$, ③ ①+

②+③得 $\frac{a+b}{ab} + \frac{b+c}{bc} + \frac{a+c}{ac} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1$, 通分可得

$\frac{2(ab+bc+ac)}{abc} = \frac{11}{6}$, 所以 $\frac{ab+bc+ac}{abc} = \frac{11}{12}$, 所以

$\frac{abc}{ab+bc+ac} = \frac{12}{11}$. 故答案为 $\frac{12}{11}$.

11. 【解】(1) $\frac{3}{x-1} - \frac{2x}{1-x^2} - \frac{1}{x+1} = \frac{3x+3+2x-(x-1)}{x^2-1} =$

$\frac{4(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{4}{x-1}$.

(2) $\frac{a^2-3a}{2a^2+2a} + \frac{a-3}{a^2+2a+1} - \frac{2a+4}{a+2} = \frac{a(a-3)}{2a(a+1)} +$

$\frac{a-3}{(a+1)^2} - \frac{2(a+2)}{a+2} = \frac{a-3}{2(a+1)} + \frac{a-3}{(a+1)^2} - 2 =$

$\frac{(a-3)(a+1)+2(a-3)-4(a+1)^2}{2(a+1)^2} =$

$\frac{-3a^2-8a-13}{2(a+1)^2}$.

(3) $\left(\frac{5}{x-2} - x - 2\right) + \frac{x-3}{3x^2-6x} = \frac{9-x^2}{x-2} + \frac{x-3}{3x(x-2)} =$

$\frac{27x-3x^3+x-3}{3x(x-2)} = \frac{-3x^3+28x-3}{3x^2-6x}$.

刷易错

12. B 【解析】 $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} = \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)} -$

$\frac{y(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2+xy-xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$, 则从第

②步开始出现错误. 故选 B.

刷提升

1. C 【解析】① $\frac{1}{x^3}$ 的分母次数为 3, 分子次数为

0, $3-0=3$, 故 $\frac{1}{x^3}$ 为三次分式; $\frac{x^2}{x^5-1}$ 的分母次数

为 5, 分子次数为 2, $5-2=3$, 故 $\frac{x^2}{x^5-1}$ 为三次分

式; $\frac{x+1}{x^4}$ 的分母次数为 4, 分子次数为 1, $4-1=$

3, 故 $\frac{x+1}{x^4}$ 为三次分式, 故 ① 正确. ② $A+B =$

$\frac{2}{x+1} + \frac{-2x+3}{x^2-1} = \frac{2(x-1)}{x^2-1} + \frac{-2x+3}{x^2-1} = \frac{2x-2-2x+3}{x^2-1} =$

$\frac{1}{x^2-1}$, $\frac{1}{x^2-1}$ 的分母次数为 2, 分子次数为 0, $2-$

$0=2$, 所以 $A+B$ 化简后为二次分式; $A \cdot B =$

$\frac{2}{x+1} \cdot \frac{-2x+3}{x^2-1} = \frac{-4x+6}{x^3+x^2-x-1}$, $\frac{-4x+6}{x^3+x^2-x-1}$ 的分母

次数为 3, 分子次数为 1, $3-1=2$, 所以 $A \cdot B$

化简后为二次分式, 故 ② 正确. ③ $P+Q =$

$\frac{mx+2}{x+1} + \frac{nx+3}{x^2-1} = \frac{(mx+2)(x-1)}{x^2-1} + \frac{nx+3}{x^2-1} =$

$\frac{mx^2-mx+2x-2+nx+3}{x^2-1} = \frac{mx^2-(m-n-2)x+1}{x^2-1} =$

$\frac{mx^2-(m-n-2)x+1}{(x+1)(x-1)}$. $\therefore P$ 与 Q 的和化简后是一

次分式, 且分母的次数为 1, $\therefore m=0, m-n-2=$

1 或 $m-n-2=-1$, $\therefore m-n=3$ 或 $m-n=1$, 故 ③

错误. 综上, 正确的是 ①②, 共 2 个, 故选 C.

2. A 【解析】设甲、乙、丙队单独完成这项工程

各需 x 天、 y 天、 z 天. 根据题意得 $x = a \cdot$

$\frac{1}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = \frac{ayz}{y+z}$, 由此得出 $a = \frac{xy+xz}{yz}$, $a+1 =$

$\frac{xy+yz+xz}{yz}$, $\frac{1}{a+1} = \frac{yz}{xy+yz+xz}$. 同理可得 $\frac{1}{b+1} =$

$\frac{xz}{xy+yz+xz}$, $\frac{1}{c+1} = \frac{xy}{xy+yz+xz}$, 所以 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} +$

$\frac{1}{c+1} = \frac{yz}{xy+yz+xz} + \frac{xz}{xy+yz+xz} + \frac{xy}{xy+yz+xz} =$

$\frac{xy+yz+xz}{xy+yz+xz} = 1$, 故选 A.

3. $\frac{3}{4}$ 【解析】 $\because \frac{A}{x+5} - \frac{B}{x-3} = \frac{A(x-3)-B(x+5)}{x^2+2x-15} =$

$\frac{(A-B)x+(-3A-5B)}{x^2+2x-15} = \frac{4x-4}{x^2+2x-15}$,

$\therefore \begin{cases} A-B=4, \\ -3A-5B=-4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} A=3, \\ B=-1, \end{cases}$

$\therefore \frac{2A+3B}{A-B} = \frac{2 \times 3 - 3}{4} = \frac{3}{4}$. 故答案为 $\frac{3}{4}$.

关键点拨

分别将已知的三个等式取倒数, 再通分求和即可求解.

易错警示

括号前面是负号时, 去掉括号, 括号内各项要变号.

4. 12 【解析】 $\because \frac{z}{x+y} + \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} = 11, \therefore 1 + \frac{z}{x+y} + 1 + \frac{x}{y+z} + 1 + \frac{y}{z+x} = 14,$

$$\frac{x+y+z}{x+y} + \frac{x+y+z}{y+z} + \frac{x+y+z}{z+x} = 14,$$

$$\therefore (x+y+z) \left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} \right) = 14, \therefore \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = \frac{14}{x+y+z},$$

而 $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = \frac{7}{6},$

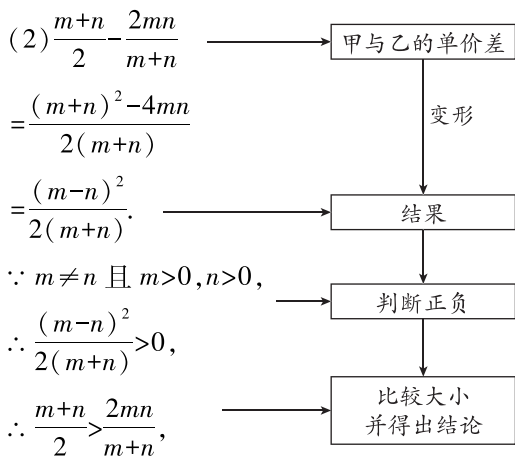
$$\therefore \frac{14}{x+y+z} = \frac{7}{6}, \therefore x+y+z = 12. \text{ 故答案为 } 12.$$

5. 【解】(1) 甲两次购买饲料的平均单价:

$$\frac{1\,000m + 1\,000n}{1\,000 + 1\,000} = \frac{m+n}{2} \text{ (元/kg)},$$

乙两次购买饲料的平均单价:

$$\frac{\frac{800 \times 2}{m} + \frac{800 \times 2}{n}}{2} = \frac{2mn}{m+n} \text{ (元/kg)}.$$



故乙的购买方式更合算.

6. 【解】(1) $\frac{x^2-2x+3}{x} = \frac{x^2-2x}{x} + \frac{3}{x} = \frac{x(x-2)}{x} + \frac{3}{x} =$

$$x-2 + \frac{3}{x}.$$

\therefore 分式 $\frac{x^2-2x+3}{x}$ 可以表示成 $P + \frac{3}{x}$ 的形式, 且 P 为整式,

$\therefore P = x-2.$

(2) ① $\frac{x^2-3x+m}{x-1} = \frac{x^2-x}{x-1} + \frac{-2x+m}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1} - \frac{2x-2-m+2}{x-1} = x - \frac{2(x-1)}{x-1} - \frac{m-2}{x-1} = x-2 - \frac{m-2}{x-1}.$

$\because m$ 为整数, $\frac{x^2-3x+m}{x-1}$ 可以表示成一个整式,

$$\therefore -\frac{m-2}{x-1} = 0,$$

归纳总结

分式的加减法: 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减. 经过通分, 异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减. 解决问题的关键是从后面的式子变形出 $x+y+z$.

思路分析

(2) ① 把 $\frac{x^2-3x+m}{x-1}$ 表示成整式与分式和的形式, 根据 m 为整数, 且 $\frac{x^2-3x+m}{x-1}$ 为整式, 得出变形后的分式为 0, 根据分式值为 0, 分子为 0 即可求解;

② 根据 m 的值及 ① 中变形的结果得出 $\frac{x^2-3x+m}{x-1} = x-2 - \frac{3}{x-1}$, 根据 $\frac{x^2-3x+m}{x-1}$ 的结果为整数得出 $\frac{3}{x-1}$ 是整数, 根据 x 为整数得出 $x-1 = \pm 3$ 或 $x-1 = \pm 1$, 即可求解.

$$\therefore m-2=0, \text{ 解得 } m=2.$$

② x 的值为 4 或 2 或 -2 或 0. $\therefore m=5,$

$$\therefore \frac{x^2-3x+m}{x-1} = x-2 - \frac{m-2}{x-1} = x-2 - \frac{3}{x-1}.$$

$$\therefore \frac{x^2-3x+m}{x-1} \text{ 的结果为整数,}$$

$$\therefore \frac{3}{x-1} \text{ 是整数.}$$

$$\because x \text{ 为整数, } \therefore x-1 = \pm 3 \text{ 或 } x-1 = \pm 1,$$

$$\text{解得 } x=4 \text{ 或 } x=-2 \text{ 或 } x=2 \text{ 或 } x=0,$$

$$\therefore x \text{ 的值为 } 4 \text{ 或 } 2 \text{ 或 } -2 \text{ 或 } 0.$$

课时 2 分式的混合运算



刷基础

1. B 【解析】 $\left(1 - \frac{3x-2}{x+2}\right) \div \frac{x^2-4x+4}{2x+4} = \frac{x+2-(3x-2)}{x+2} \div$

$$\frac{x^2-4x+4}{2x+4} = \frac{x+2-3x+2}{x+2} \cdot \frac{2(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{-2(x-2)}{(x-2)^2}.$$

$$\frac{2(x+2)}{(x-2)^2} = -\frac{4}{x-2}.$$

观察可知, 开始出现错误的是

乙同学. 故选 B.

2. C 【解析】 $\left(\frac{b^2}{a} - a\right) \div \frac{a-b}{a} = \frac{b^2-a^2}{a} \cdot \frac{a}{a-b} =$

$$\frac{(b-a)(b+a)}{a} \cdot \frac{a}{a-b} = -(a+b) = -(-2) = 2.$$

故选 C.

3. A 【解析】撕坏的一角中“■”为 $\frac{1}{a-4} \div \frac{1}{5-a} +$

$$1 = \frac{5-a+a-4}{a-4} = \frac{1}{a-4}, \text{ 故选 A.}$$

4. $\frac{x-1}{x^2}$ 【解析】原式 $= \left[\frac{x^2}{x+1} - \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \right] \cdot$

$$\frac{x^2-1}{x^2} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}, \text{ 故答案为 } \frac{x-1}{x^2}.$$

5. $-\frac{a^2}{a+1}$ 【解析】由题意得 $\left| \frac{a^2-a}{a} - \frac{1}{a^2-1} \right| =$

$$(a^2-a) \cdot \frac{1}{a^2-1} - a \times 1 = a(a-1) \cdot$$

$$\frac{1}{(a+1)(a-1)} - a = \frac{a}{a+1} - a = \frac{a-a(a+1)}{a+1} =$$

$$-\frac{a^2}{a+1}, \text{ 故答案为 } -\frac{a^2}{a+1}.$$

$$6. 【解】(1) \text{原式} = \left[\frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{x-1}{(x-2)^2} \right] \cdot \frac{x}{4-x} =$$

$$\left[\frac{(x+2)(x-2)}{x(x-2)^2} - \frac{x(x-1)}{x(x-2)^2} \right] \cdot \frac{x}{-(x-4)} =$$

$$\frac{x^2-4-x^2+x}{x(x-2)^2} \cdot \frac{x}{-(x-4)} = -\frac{1}{x^2-4x+4}.$$

$$(2) \text{方法一: 原式} = \frac{1}{2a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left[\frac{a+b}{2a} - \frac{2a(a+b)}{2a} \right] = \frac{1}{2a} - \frac{1}{a+b} \cdot \frac{a+b-2a(a+b)}{2a} = \frac{1}{2a} -$$

$$\frac{1}{a+b} \cdot \frac{(a+b)(1-2a)}{2a} = \frac{1}{2a} - \frac{1-2a}{2a} = \frac{1-1+2a}{2a} = 1.$$

$$\text{方法二: 原式} = \frac{1}{2a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left[\frac{a+b}{2a} - (a+b) \right] = \frac{1}{2a} -$$

$$\frac{1}{a+b} \cdot \frac{a+b}{2a} + \frac{1}{a+b} \cdot (a+b) = \frac{1}{2a} - \frac{1}{2a} + 1 = 1.$$

$$7. 【解】\left(1 - \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2-2a+1}{a} = \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a}{(a-1)^2} = \frac{1}{a-1}.$$

$$\because a \neq 0 \text{ 且 } a-1 \neq 0,$$

$$\therefore a \neq 0 \text{ 且 } a \neq 1,$$

$$\therefore \text{当 } a=2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{2-1} = 1.$$

$$8. 【解】\text{因为 } \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} - x = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot$$

$$\frac{x(x+1)}{x-1} - x = x - x = 0,$$

即此代数式的结果与 x 的取值无关,

所以把“ $x=2\ 024$ ”错抄成“ $x=2\ 042$ ”并不影响计算的结果.

9. 【解】(1) 不能. 理由如下:

$$\because Q = \frac{x^2}{x-1} - x - 1 = \frac{x^2}{x-1} - \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \frac{1}{x-1},$$

$\therefore Q$ 的值不能为 0.

$$(2) P = \frac{25-10x+x^2}{(5-x)^3} = \frac{(5-x)^2}{(5-x)^3} = \frac{1}{5-x},$$

$$\text{当 } x=6 \text{ 时, } P=-1; R = \left(\frac{x^2-3x}{9-6x+x^2} + \frac{2}{3-x} \right) \div \frac{x-2}{x^2-9} =$$

$$\left[\frac{x(x-3)}{(3-x)^2} + \frac{2}{3-x} \right] \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x-2} = \left(\frac{-x}{3-x} + \frac{2}{3-x} \right) \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x-2} = \frac{x-2}{x-3} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x-2} =$$

$$x+3, \text{当 } x=6 \text{ 时, } R=6+3=9, \therefore \text{当 } x=6 \text{ 时, } P < R.$$

技巧总结

三角形的三边要满足任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边. 代入分式求值时, 注意保证分母不等于 0.

易错警示

注意选择的数要使在化简过程中出现的分式有意义.

技巧总结

此类抄错 x 的值仍能得出正确结果的题目, 说明其代数式化简后的结果与 x 的取值无关, 所以解释原因时, 应先对代数式进行化简.

重难点专题 1 分式的化简求值



刷难关

1. C 【解析】 $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab} = \frac{(a+b)(a-b)}{a(a+b)} = \frac{a-b}{a}$, 把 $a =$

$$2b \text{ 代入, 得原式} = \frac{2b-b}{2b} = \frac{b}{2b} = \frac{1}{2}, \therefore \text{表示 } \frac{a^2-b^2}{a^2+ab}$$

的点落在段③, 故选 C.

2. 【解】原式 = $\frac{a-2-3a+10}{a-2} \cdot \frac{(a-2)^2}{a-4} =$

$$\frac{-2(a-4)}{a-2} \cdot \frac{(a-2)^2}{a-4} = -2(a-2) = -2a+4. \because a$$

与 2, 3 构成三角形的三边, $\therefore 3-2 < a < 3+2$,

$\therefore 1 < a < 5. \because a$ 为整数, $\therefore a=2, 3$ 或 4. 又 $\because a-$

$2 \neq 0, a-4 \neq 0, \therefore a \neq 2$ 且 $a \neq 4, \therefore a=3, \therefore$ 原

$$\text{式} = -2 \times 3 + 4 = -6 + 4 = -2.$$

3. D 【解析】原式 = $\frac{(x+y)^2+xy}{xy(x+y)}$, 把 $x+y=5, xy=$

$$2 \text{ 代入得原式} = \frac{25+2}{2 \times 5} = \frac{27}{10}. \text{ 故选 D.}$$

4. D 【解析】 $\because y = \frac{x}{1-2x}, \therefore y-2xy = x, \therefore y-x =$

$$2xy, \therefore \frac{2x-3xy-2y}{y+xy-x} = \frac{2x-2y-3xy}{y-x+xy} =$$

$$\frac{-2(y-x)-3xy}{y-x+xy} = \frac{-7xy}{3xy} = -\frac{7}{3}, \text{ 故选 D.}$$

5. -1 【解析】 $\because m, n$ 满足 $m^2+2m-2=0, m-n=$

$$2, \therefore n = m-2, \therefore \text{原式} = \frac{1}{m+1} + \frac{2}{m-2} =$$

$$\frac{m-2+2m+2}{(m+1)(m-2)} = \frac{3m}{m^2-m-2} = \frac{3m}{m^2+2m-2-3m} =$$

$$\frac{3m}{-3m} = -1.$$

6. 【解】设 $\frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c} = k, \therefore b+c = ak, c+a =$

$$bk, a+b = ck, \therefore b+c+c+a+a+b = ak+bk+ck, \therefore 2(a+$$

$$b+c) = k(a+b+c), \therefore (a+b+c)(2-k) = 0, \therefore a+$$

$$b+c=0 \text{ 或 } k=2. \text{ 由 } a+b+c=0 \text{ 得 } k=-1, \therefore k=2$$

$$\text{或 } k=-1, \therefore \text{原式} = \frac{abc}{abck^3} = \frac{1}{k^3} = \frac{1}{8} \text{ 或 } -1.$$

7. 【解】(1) 由 $\frac{x}{x^2-x+1} = \frac{1}{7}$, 得 $\frac{x^2-x+1}{x} = x + \frac{1}{x} - 1 =$

$$7, \text{ 即 } x + \frac{1}{x} = 8, \therefore \frac{x^4+x^2+1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 1 = 8^2 - 1 = 63, \therefore \frac{x^2}{x^4+x^2+1} = \frac{1}{63}.$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 根据题意, 得 } \frac{x+y}{xy} &= \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}, \frac{y+z}{yz} = \frac{1}{z} + \\ \frac{1}{y} &= \frac{3}{4}, \frac{z+x}{zx} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{3}{4}, \\ \therefore 2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) &= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 2, \\ \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= 1, \\ \therefore \frac{xy+yz+zx}{xyz} &= \frac{1}{z} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1, \\ \therefore \frac{xyz}{xy+yz+zx} &= 1. \end{aligned}$$

12.4 分式方程

刷基础

1. C 【解析】按分式方程的概念判断: ①中分母不含未知数 x , 故①不是分式方程; ③虽然分母中含字母 a, b , 但 a, b 不是未知数, 故③不是分式方程; ⑥ π 是已知数, 分母中不含字母, 故⑥不是分式方程; ②④⑤的分母中都含有未知数 x , 故都是分式方程.

2. D 【解析】 $\because \frac{x}{2x-1} + \frac{2}{1-2x} = 3, \therefore \frac{x}{2x-1} - \frac{2}{2x-1} = 3$, 方程两边同乘 $2x-1$, 可得 $x-2=3(2x-1)$. 故选 D.

3. D 【解析】方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{x+m}{1-x} = 1$ 的两边同乘 $x-1$, 得 $2-(x+m)=x-1$, 解得 $x = \frac{3-m}{2}$. \therefore 该方程的解是正数, $\therefore \frac{3-m}{2} > 0$ 且 $\frac{3-m}{2} \neq 1$, 解得 $m < 3$ 且 $m \neq 1$. 故选 D.

4. $\frac{2}{3}$ 【解析】将 $x=-2$ 代入方程得 $\frac{-2+m}{-3m} = \frac{2}{3}$, $\therefore -6+3m=-6m$, 解得 $m = \frac{2}{3}$, 经检验 $m = \frac{2}{3}$ 是 $\frac{-2+m}{-3m} = \frac{2}{3}$ 的解, 故答案为 $\frac{2}{3}$.

5. 【解】(1) 方程两边同乘 $x-4$, 得 $-3+2(x-4)=1-x$, 解得 $x=4$, 经检验, $x=4$ 是原方程的增根, \therefore 原方程无解.
(2) 方程两边同乘 $x(x+1)(x-1)$, 得 $2(x+1)+3(x-1)=x$, 解得 $x = \frac{1}{4}$, 经检验, 当 $x = \frac{1}{4}$ 时, $x(x+1)(x-1) \neq 0$, \therefore 原分式方程的解是 $x = \frac{1}{4}$.

刷有所得

解决分式方程增根问题时, 增根确定后可按如下步骤进行: ①化分式方程为整式方程; ②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

易错警示

在去分母时, 方程两边的每一项都要乘最简公分母, 等式才能成立.

刷有所得

“原分式方程无解”隐含了两种情况, 一是求出的 x 值是分式方程化成整式方程的解, 但是这个解使最简公分母的值为 0; 二是所化成的整式方程无解, 所以原分式方程无解.

6. C 【解析】 \because 分式方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{kx}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$ 有增根, $\therefore x-2=0$ 或 $x+2=0$, 解得 $x=2$ 或 $x=-2$, \therefore 增根为 $x=2$ 或 $x=-2$, 故选 C.

7. 6 或 12 8 或 10 【解析】去分母, 得 $3(x-1)+6(x+1)=mx$, 去括号, 得 $3x-3+6x+6=mx$, 移项、合并同类项, 得 $(m-9)x=3$. 当 $x=-1$ 时, $9-m=3$, 解得 $m=6$; 当 $x=1$ 时, $m-9=3$, 解得 $m=12$, \therefore 若方程有增根, 则 m 的值为 6 或 12. $\because (m-9)x=3, \therefore x = \frac{3}{m-9}$. \therefore 方程的解为整数, 且 m 为整数, $\therefore m-9 = \pm 3, m-9 = \pm 1$. 当 $m-9=3$ 时, $m=12$, 此时 $x=1$, 是方程的增根, 故舍去; 当 $m-9=-3$ 时, $m=6$, 此时 $x=-1$, 是方程的增根, 故舍去; 当 $m-9=1$ 时, $m=10$, 此时 $x=3$, 符合题意; 当 $m-9=-1$ 时, $m=8$, 此时 $x=-3$, 符合题意, $\therefore m=8$ 或 10.

刷易错

8. 【解】(1) 小明在①②出现了错误. 故答案为①②.

(2) 正确解法: 去分母, 得 $2(x-1)-3(x+1)=1$. 去括号, 得 $2x-2-3x-3=1$. 移项、合并同类项, 得 $-x=6$. 解得 $x=-6$. 经检验, $x=-6$ 是原分式方程的解.

刷提升

1. C 【解析】方程两边同乘 $x-3$, 得 $mx-2(x-3)=2m$, 即 $(m-2)x=2m-6$. \therefore 关于 x 的分式方程 $\frac{mx}{x-3}-2=\frac{2m}{x-3}$ 无解, $\therefore x-3=0$ 或 $m-2=0$, 即 $x=3$ 或 $m=2$, $\therefore 3(m-2)=2m-6$ 或 $m=2$, $\therefore m=0$ 或 2. 故选 C.

2. C 【解析】 $\begin{cases} 2x-a \leq -1, & ① \\ \frac{x+1}{2} - \frac{2x}{3} < 1, & ② \end{cases}$ 解不等式①得 $x \leq \frac{a-1}{2}$, 解不等式②得 $x > -3$, \therefore 原不等式组的解集为 $-3 < x \leq \frac{a-1}{2}$. \therefore 原不等式组有且只有两个偶数解, $\therefore 0 \leq \frac{a-1}{2} < 2$, $\therefore 1 \leq a < 5$. 将分式方程化为整式方程得 $(a-3)y=-2$. \therefore 原分式方程有解, $\therefore a \neq 3$. $\therefore y=2$ 是原分式方程的增根, $\therefore y = -\frac{2}{a-3} \neq 2$, $\therefore a \neq 2$. 综上, 满足条件的 a 的值为 4 或 1, \therefore 所有满足条件的整数 a 的和是 $1+4=5$. 故选 C.

3. $-\frac{1}{5}$ 【解析】因为 $m \star n = \frac{2}{m+1} + \frac{x}{n-1}$, 且 $(3x+2) \star x = 1$, 所以 $\frac{2}{3x+2+1} + \frac{x}{x-1} = 1$, 解得 $x = -\frac{1}{5}$, 经检验, $x = -\frac{1}{5}$ 是原方程的解, 所以 x 的值为 $-\frac{1}{5}$, 故答案为 $-\frac{1}{5}$.

4. $\frac{1}{7}$ 【解析】由方程 $\frac{x-4}{x} = 3$ 得 $x-4=3x$, 解得 $x=-2$. 当 $x=-2$ 时, $x \neq 0$, 所以 $x=-2$ 是方程 $\frac{x-4}{x} = 3$ 的解. 又因为方程 $\frac{ax}{a-1} - \frac{2}{x-1} = 1$ 的解与方程 $\frac{x-4}{x} = 3$ 的解相同, 因此 $x=-2$ 也是方程 $\frac{ax}{a-1} - \frac{2}{x-1} = 1$ 的解, 所以 $\frac{-2a}{a-1} - \frac{2}{-2-1} = 1$, 解得 $a = \frac{1}{7}$. 当 $a = \frac{1}{7}$ 时, $a-1 \neq 0$, 故 $a = \frac{1}{7}$ 满足条件.

5. $x-3+6=m$ 2 $x = \frac{17}{7}$ 【解析】某同学在解关于 x 的分式方程 $\frac{x-3}{x-2} + 6 = \frac{m}{x-2}$ 去分母时, 由于常数 6 漏乘了公分母, 最后解得 $x=-1, x=-1$ 是该同学去分母后得到的整式方程 $x-3+6=m$ 的解, 据此可求得 $m=2$, 即 $\frac{x-3}{x-2} + 6 = \frac{2}{x-2}$. 去分母, 得 $x-3+6x-12=2$, 移项、合并同类项, 得 $7x=17$, 解得 $x = \frac{17}{7}$. 经检验, $x = \frac{17}{7}$ 是原分式方程的解.

6. 【解】(1) 猜想关于 x 的方程 $x + \frac{1}{x} = m + \frac{1}{m}$ 的解为 $x_1 = m, x_2 = \frac{1}{m}$. 验证: 当 $x=m$ 时, 方程左边为 $m + \frac{1}{m}$, 等于方程右边, $\therefore x=m$ 是该分式方程的解; 当 $x = \frac{1}{m}$ 时, 方程左边为 $\frac{1}{m} + \frac{1}{\frac{1}{m}} = \frac{1}{m} + m$, 等于方程右边, $\therefore x = \frac{1}{m}$ 是该分式方程的解.

(2) ① $\because y^3 + \frac{1}{y^3} = 8 + \frac{1}{8}, \therefore y^3 = 8$ 或 $y^3 = \frac{1}{8}, \therefore y = 2$ 或 $y = \frac{1}{2}$.

② 令 $4x-8=t$, 则 $x = \frac{t+8}{4}, \therefore$ 原方程变形为 $\frac{t}{4} +$

技巧总结 计算比较长且有规律的式子时, 大部分展开后可消项.

思路分析 (2) ① 根据 $y^3 + \frac{1}{y^3} = 8 + \frac{1}{8}$ 可得 $y^3 = 8$ 或 $y^3 = \frac{1}{8}$, 可得答案.

② 令 $4x-8=t$, 则 $x = \frac{t+8}{4}$, 原方程变形为 $\frac{t}{4} + 2 + \frac{1}{t} = \frac{a^2+4a+1}{2a}$, 即 $\frac{t}{2} + \frac{2}{t} = a + \frac{a^2+1}{2a}$, 即 $\frac{t}{2} + \frac{2}{t} = a + \frac{1}{a}$, 得出 $\frac{t}{2} = \frac{1}{a}$ 或 $\frac{t}{2} = a$, 即 $t=2a$ 或 $t = \frac{2}{a}$, 即可得出 $4x-8=2a$ 或 $4x-8 = \frac{2}{a}$, 解之可得答案.

$2 + \frac{1}{t} = \frac{a^2+4a+1}{2a}, \frac{t}{4} + \frac{1}{t} = \frac{a^2+1}{2a}, \frac{t}{2} + \frac{2}{t} = \frac{a^2+1}{a}$, 即 $\frac{t}{2} + \frac{2}{t} = a + \frac{1}{a}$, 则 $\frac{t}{2} = a$ 或 $\frac{t}{2} = \frac{1}{a}$, $\therefore t=2a$ 或 $t = \frac{2}{a}$, 即 $4x-8=2a$ 或 $4x-8 = \frac{2}{a}$, 解得 $x = \frac{a+4}{2}$ 或 $x = 2 + \frac{1}{2a}$.

刷素养

7. 【解】(1) 由题意得 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, \therefore \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$.

(2) $\because \frac{1}{x(x+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right), \therefore \frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \cdots + \frac{1}{(x+98)(x+100)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \cdots + \frac{1}{x+98} - \frac{1}{x+100} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+100} \right) = \frac{50}{x(x+100)}, \therefore \frac{50}{x(x+100)} = \frac{1}{x+100}, \therefore x = 50$.

经检验, 当 $x = 50$ 时, $x(x+100) \neq 0, \therefore x = 50$ 是 $\frac{50}{x(x+100)} = \frac{1}{x+100}$ 的解, 且经检验, $x = 50$ 是原分式方程的解.

12.5 分式方程的应用

刷基础

1. C 【解析】因为 R1 单独分析数据需要 x 小时, 所以 V3 单独分析数据的时间为 $(x+2)$ 小时. 依题意得 $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$, 故选 C.

2. 90 【解析】设一台 B 型数机器人每小时分拣 x 件快递. 由题意, 得 $\frac{420}{x} + \frac{600-420}{x(1+50\%)} = 9$, 解得 $x = 60$. 经检验, $x = 60$ 是原方程的解, 所以 A 型数机器人每小时分拣的快递数为 $(1+50\%)x = 90$.

3. 【解】(1) 设每个冰箱贴的进价为 x 元, 则每个胸章的进价为 $(x+10)$ 元. 依题意, 得 $\frac{160}{x} = \frac{240}{x+10}$, 解得 $x = 20$. 经检验, $x = 20$ 是原方程的解, 且符合题意,

$$\therefore x+10=30.$$

答:每个冰箱贴的进价为 20 元,每个胸章的进价为 30 元.

(2) 设冰箱贴购进 m 个. 依题意得 $(24-20)m+(35-30)(1000-m) \geq 4900$,

解得 $m \leq 100$.

答:冰箱贴最多购进 100 个.

4. 10 【解析】设这些小伙伴共有 x 人. 根据题意, 得 $\frac{400}{x-2} \times 0.8 = \frac{400}{x}$, 解得 $x=10$. 经检验, $x=10$ 是所列方程的解且符合实际.

5. 180 【解析】设 A 品牌篮球的单价是 x 元/个, 则 B 品牌篮球的单价是 $(x+30)$ 元/个. 依题意, 得 $\frac{4500}{x} = \frac{3600}{x+30} \times 1.5$, 解得 $x=150$. 经检验, $x=150$ 是所列方程的解, 且符合实际, 所以 B 品牌篮球的单价为 $150+30=180$ (元/个).

6. 30 【解析】设刘峰骑自行车每小时行 x 千米, 则李明乘公交车每小时行 $2x$ 千米.

由题意得 $\frac{20}{x} = \frac{25}{2x} + \frac{30}{60}$, 解得 $x=15$.

经检验, $x=15$ 是原分式方程的解, 且符合题意, $\therefore 2x=30$.

故李明乘公交车每小时行 30 千米.

注意

第一次相遇在 C 点, 第二次相遇可在 B 点下方或上方, 注意分 2 种情况讨论.

去. 故选 C.

2. $\frac{3}{10}$ 【解析】设原分数的分子为 x , 则分母为 $x+7$. 由题意可列方程为 $\frac{x}{x+7} \cdot \frac{x+17}{x+7-4} = 1$, 解得 $x=3$. 经检验, $x=3$ 是原分式方程的解, 则原分数是 $\frac{3}{10}$.

3. 【解】(1) 由题意可得, 新能源车的每千米行驶费用为 $\frac{60 \times 0.6}{a} = \frac{36}{a}$ (元).

(2) ①: 燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.54 元, $\therefore \frac{40 \times 9}{a} - \frac{36}{a} = 0.54$, 解得 $a=600$. 经检验, $a=600$ 是原分式方程的解, 且满足实际意义, $\therefore \frac{40 \times 9}{a} = 0.6$, $\frac{36}{a} = 0.06$.

答: 燃油车的每千米行驶费用为 0.6 元, 新能源车的每千米行驶费用为 0.06 元.

② 设每年行驶里程为 x 千米. 由题意得 $0.6x + 4800 > 0.06x + 7500$, 解得 $x > 5000$.

答: 当每年行驶里程大于 5000 千米时, 买新能源车的年费用更低.

4. 【解】(1) (答案不唯一) 选 ①. 设购买一个 B 商品需要 x 元, 则购买一个 A 商品需要 $(x+10)$ 元. 根据题意, 得 $\frac{300}{x+10} = \frac{100}{x}$, 解得 $x=5$. 经检验, $x=5$ 是原分式方程的解, 且符合题意, $\therefore x+10=15$.

答: 购买一个 A 商品需要 15 元, 购买一个 B 商品需要 5 元.

(2) 设购买 B 商品 m 个, 则购买 A 商品 $(80-m)$ 个. 根据题意, 得 $\begin{cases} 80-m \geq 4m, \\ 15(80-m) + 5m \geq 1000, \\ 15(80-m) + 5m \leq 1050, \end{cases}$ 解得 $15 \leq m \leq 16$. $\therefore m$ 为整数, $\therefore m=15$ 或 16 , \therefore 商店有两种购买方案, 方案①: 购买 A 商品 65 个, B 商品 15 个; 方案②: 购买 A 商品 64 个, B 商品 16 个.

刷素养

5. 【解】(1) 设乙每天施工 x 米, 则甲每天施工 $(x+5)$ 米.

根据题意可得 $\frac{500}{x+5} = \frac{400}{x}$, 解得 $x=20$.

检验: 当 $x=20$ 时, $x(x+5) \neq 0$, $\therefore x=20$ 是原方程的解, 则 $x+5=25$.

答: 甲每天可完成 25 米的道路施工, 乙每天可完成 20 米的道路施工.

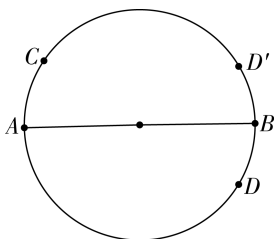
(2) 乙的想法不正确. \therefore 甲完成 $500+100=$

思路分析

(1) (答案不唯一) 选 ①. 设购买一个 B 商品需要 x 元, 则购买一个 A 商品需要 $(x+10)$ 元, 根据题意列出分式方程, 再求解即可得出答案. (2) 设购买 B 商品 m 个, 则购买 A 商品 $(80-m)$ 个, 根据题意得出一元一次不等式组, 求出 m 的取值范围, 根据 m 为整数, 即可求出购买方案.

刷提升

1. C 【解析】如图所示, 设圆形跑道总长为 $2S$ m, 甲、乙速度分别为 x m/s, y m/s. (1) 当甲、乙第一次相遇在 C 点, 第二次



相遇在 B 点下方 D 点处时, $\frac{100}{x} = \frac{S-100}{y}$, ①

$\frac{S+60}{x} = \frac{2S-60}{y}$, ② 结合 ① 与 ② 得 $\frac{100}{S-100} = \frac{S+60}{2S-60}$, 解得 $S=0$ (不符合实际, 舍去) 或 $S=240$. 经检验, $S=240$ 是原方程的解, 所以 $2S=480$, 所以跑道长为 480 m.

(2) 当甲、乙第一次相遇在 C 点, 第二次相遇在 B 点上方 D' 点处时, 则 $\frac{100}{x} = \frac{S-100}{y}$, ③

$\frac{S-60}{x} = \frac{2S+60}{y}$, ④ 结合 ③ 与 ④ 得 $\frac{100}{S-100} = \frac{S-60}{2S+60}$, 解得 $S=0$ (不符合实际, 舍去) 或 $S=360$. 经检验, $S=360$ 是原方程的解, 所以 $2S=720$. 因为圆形跑道的总长小于 700 m, 所以舍

600(米),需要 $\frac{600}{25}=24$ (天),乙完成500米,

需要 $\frac{500}{20}=25$ (天), \therefore 甲、乙不能同时完工.

方案一:设甲施工的速度减少 a 米/天.根据题意可得 $\frac{600}{25-a}=\frac{500}{20}$,解得 $a=1$.经检验, $a=1$ 是原方程的解,故甲每天少施工1米才能使两人同时完工.

方案二:设乙施工的速度增加 b 米/天.

根据题意可得 $\frac{600}{25}=\frac{500}{20+b}$,解得 $b=\frac{5}{6}$.

经检验, $b=\frac{5}{6}$ 是原方程的解,故乙每天多施工 $\frac{5}{6}$ 米,才能使两人同时完工.

重难专题2 分式方程的含参问题

刷难关

1. C 【解析】 $\frac{6}{(x+1)(x-1)}-\frac{m}{x-1}=1$,方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$,得 $6-m(x+1)=(x+1)(x-1)$,由最简公分母 $(x+1)(x-1)=0$,可得 $x=1$ 或 -1 ,当 $x=1$ 时, $6-2m=0$,所以 $m=3$;当 $x=-1$ 时,等式不成立,所以增根是 $x=1$.故选C.

2. -1 【解析】 $\frac{1}{x-2}=\frac{k+1}{x^2-4}$,去分母得 $x+2=k+1$,解得 $x=k-1$. \therefore 关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2}=\frac{k+1}{x^2-4}$ 有增根 $x=-2$, $\therefore k-1=-2$, $\therefore k=-1$,故答案为-1.

3. D 【解析】方程两边同时乘 $(x-a)(2x-1)$,得 $6x-3=2x-2a$,解得 $x=\frac{3-2a}{4}$. \therefore 方程 $\frac{3}{x-a}=\frac{2}{2x-1}$ 有解, \therefore 当 $x=\frac{3-2a}{4}$ 时, $(x-a)(2x-1)\neq 0$,即 $\frac{3-2a}{4}-a\neq 0$, $2\times\frac{3-2a}{4}-1\neq 0$,解得 $a\neq\frac{1}{2}$,故选D.

4. -4或10或3 【解析】 $\frac{2}{x-2}+\frac{mx}{x^2-4}=\frac{5}{x+2}$,去分母,得 $2(x+2)+mx=5(x-2)$, $2x+4+mx=5x-10$, $(m-3)x=-14$,当增根为 $x=2$ 或 $x=-2$ 时, $2(m-3)=-14$ 或 $-2(m-3)=-14$,解得 $m=-4$ 或 $m=10$, \therefore 当 $m=-4$ 或 $m=10$ 时,分

方法总结

分式方程无解的两种情况:

(1)分式方程转化为整式方程后,整式方程的解是分式方程的增根,则分式方程无解;
(2)分式方程转化为整式方程后,整式方程无解,则分式方程无解.

注意:分式方程无解 \neq 最简公分母的值

方法总结

分式方程有增根求参数的步骤:(1)化分式方程为整式方程;(2)把增根代入整式方程,即可求得参数的值.

式方程无解;当 $m-3=0$,即 $m=3$ 时,整式方程无解,则分式方程无解.综上可知, m 的值为-4或10或3.故答案为-4或10或3.

5. A 【解析】方程 $\frac{x}{x-3}-4=\frac{k}{3-x}$,两边同时乘 $(x-3)$,得 $x-4(x-3)=-k$, $\therefore x-4x+12=-k$, $\therefore -3x=-k-12$, $\therefore x=\frac{k}{3}+4$. \therefore 方程的解为非正数,且 $x\neq 3$, $\therefore \frac{k}{3}+4\leq 0$,且 $\frac{k}{3}+4\neq 3$, $\therefore k\leq -12$.故选A.

6. 【解】 $\frac{x+1}{x-3}-\frac{x}{x+2}=\frac{2m-x}{x^2-x-6}$,方程两边同时乘 $(x-3)(x+2)$,得 $(x+1)(x+2)-x(x-3)=2m-x$, $6x+2=2m-x$, $7x=2m-2$, $x=\frac{2m-2}{7}$. \therefore 分式方程的解为正数, $\therefore \frac{2m-2}{7}>0$,解得 $m>1$. \therefore 分式方程有解, $\therefore (x-3)(x+2)\neq 0$, $\therefore \frac{2m-2}{7}-3\neq 0$, $\frac{2m-2}{7}+2\neq 0$, $\therefore m\neq\frac{23}{2}$, $m\neq -6$, $\therefore m$ 的取值范围为 $m>1$ 且 $m\neq\frac{23}{2}$.

7. D 【解析】原方程去分母,得 $x-4=mx$. \therefore 分式方程有正整数解, $\therefore x=\frac{4}{1-m}$ 且 $x\neq 1$, $\therefore 1-m=1$ 或 $1-m=2$,解得 $m=0$ 或 $m=-1$,故选D.

8. 【解】 $\frac{3}{x-2}=\frac{m}{x}$,去分母,得 $3x=m(x-2)$. \therefore 分式方程有解, $\therefore x=\frac{2m}{m-3}$, $x\neq 0$ 且 $x\neq 2(m\neq 3)$. $\therefore x=\frac{2m}{m-3}=\frac{2(m-3)+6}{m-3}=\frac{2(m-3)}{m-3}+\frac{6}{m-3}=2+\frac{6}{m-3}$,分式方程有整数解, $\therefore m-3=\pm 6,\pm 3,\pm 2,\pm 1$,则 m 的值为-3,9,0,6,5,1,4,2.又 $\therefore x\neq 0$ 且 $x\neq 2$, $\therefore 2+\frac{6}{m-3}\neq 0$ 且 $2+\frac{6}{m-3}\neq 2$, $\therefore m\neq 0$, \therefore 整数 m 的值是-3,9,6,5,1,4,2.

方法总结

含参分式方程中的整数解问题常常要用到整除的相关知识,即如果分式的值是整数,那么分母必为分子的因数.

(1)当分子为常数时,找出分子的因数即可求出未知数.

例:若 $\frac{4}{a}$ 为整数,则 $a = \pm 1, \pm 2, \pm 4$.

(2)当分子含有未知数时,需用分离常数法将分子化为常数.

例:若 $\frac{3x}{x-1}$ 为整数,则 $\frac{3x}{x-1} = \frac{3(x-1)+3}{x-1} = 3 + \frac{3}{x-1}$, 所以 $x-1 = \pm 1, \pm 3$, 则 $x = 2, 0, 4, -2$.

思路分析

先解分式方程整理得到 $(k+1)x = 6$, 再根据分式方程无解得到 $k+1 = 0$ 或 $\frac{6}{k+1} = 2$, 解关于 k 的方程即可得到答案.

全章综合训练

刷中考

1. **A** 【解析】 \because 分式 $\frac{x^2-x}{x-1}$ 的值为 0, $\therefore x^2-x=0$ 且 $x-1 \neq 0$, 解得 $x=0$, 故选 A.

2. $x \neq 19$ 【解析】由题可知, 当 $x-19 \neq 0$ 时, 分式有意义, 解得 $x \neq 19$. 故答案为 $x \neq 19$.

3. **A** 【解析】原式 $= \frac{3x-3}{x-1} = \frac{3(x-1)}{x-1} = 3$. 故选 A.

4. **A** 【解析】 \because 计算 $\frac{A}{xy+y^2} - \frac{y}{x^2+xy}$ 的结果为 $\frac{x-y}{xy}$, $\therefore \frac{y}{x^2+xy} + \frac{x-y}{xy} = \frac{A}{xy+y^2}$, $\therefore \frac{y^2}{xy(x+y)} + \frac{(x-y)(x+y)}{xy(x+y)} = \frac{x^2}{xy(x+y)} = \frac{x}{xy+y^2} = \frac{A}{xy+y^2}$, $\therefore A = x$. 故选 A.

5. **1** 【解析】 $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} = \frac{b^2+1+a^2+1}{(a^2+1)(b^2+1)} = \frac{a^2+b^2+2}{a^2b^2+a^2+b^2+1} = \frac{a^2+b^2+2}{(ab)^2+a^2+b^2+1}$. $\because ab = 1$, \therefore 原式 $= \frac{a^2+b^2+2}{1^2+a^2+b^2+1} = \frac{a^2+b^2+2}{a^2+b^2+2} = 1$. 故答案为 1.

6. 【解】原式 $= \frac{3a-6b+3b}{(a-b)^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{3}{a-b}$.

$\because a-b-1=0, \therefore a-b=1, \therefore$ 原式 $= \frac{3}{1} = 3$.

7. **A** 【解析】方程两边同时乘 $x(x+1)$, 得 $x+1-mx=0$, 解得 $x = \frac{1}{m-1}$. \because 分式方程的解是负数, $\therefore m-1 < 0, \therefore m < 1$. 又 $\because x(x+1) \neq 0, \therefore x \neq 0$ 且 $x \neq -1, \therefore \frac{1}{m-1} \neq 0$ 且 $\frac{1}{m-1} \neq -1, \therefore m \neq 0, \therefore m < 1$ 且 $m \neq 0$, 故选 A.

8. **-1 或 2** 【解析】 $\frac{3}{x-2} - \frac{kx-1}{x-2} = 1$, 去分母得 $3-kx+1 = x-2$, $\therefore (k+1)x = 6$. \because 关于 x 的方程 $\frac{3}{x-2} - \frac{kx-1}{x-2} = 1$ 无解, $\therefore k+1=0$ 或 $\frac{6}{k+1} = 2$, 解得 $k=-1$ 或 $k=2$. 故答案为 -1 或 2.

9. 【解】去分母得 $2+x(x+1) = x^2-1$, 去括号得 $2+x^2+x = x^2-1$, 移项、合并同类项得 $x = -3$. 检验: 把 $x = -3$ 代入 $(x+1)(x-1)$ 得, $(-3+1)(-3-1) = 8 \neq 0$, $\therefore x = -3$ 是原方程的解.

10. 【解】(1) 设 A 种外墙漆每千克的价格是 x 元, B 种外墙漆每千克的价格是 y 元.

根据题意得 $\begin{cases} 300x+300y = 15\ 000, \\ x-y = 2, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x = 26, \\ y = 24. \end{cases}$

答: A 种外墙漆每千克的价格是 26 元, B 种外墙漆每千克的价格是 24 元.

(2) 设甲每小时粉刷外墙的面积是 m 平方米, 则乙每小时粉刷外墙的面积是 $\frac{4}{5}m$ 平方米.

根据题意得 $\frac{500}{\frac{4}{5}m} - \frac{500}{m} = 5$,

解得 $m = 25$, 经检验, $m = 25$ 是所列方程的解, 且符合题意.

答: 甲每小时粉刷外墙的面积是 25 平方米.

第十三章 全等三角形

13.1 命题与证明

刷基础

1. **D** 【解析】命题“锐角小于 90° ”的逆命题是小于 90° 的角是锐角, 故选 D.

2. 【解】(1) 逆命题: 如果一条线段是一个三角形

的中线, 那么这条线段把这个三角形分成两个面积相等的三角形. 是真命题.

(2) 逆命题: 如果两个角有公共顶点且相等, 那么这两个角是对顶角. 是假命题. 反例如下: 如图, $\angle 1 = \angle 2$, 且共顶点 O , 但这两个角不是对顶角.